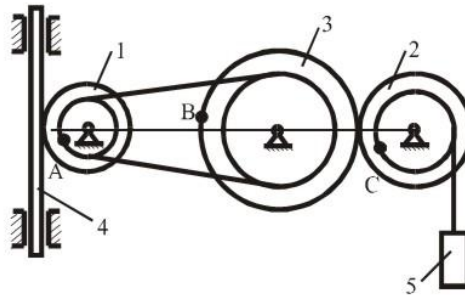


Задание

Механизм состоит из ступенчатых колес 1 – 3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки 4 и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес (см. рисунок). Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса 1 – $r_1 = 2 \text{ см}$, $R_1 = 4 \text{ см}$, у колеса 2 – $r_2 = 6 \text{ см}$, $R_2 = 8 \text{ см}$, у колеса 3 – $r_3 = 12 \text{ см}$, $R_3 = 16 \text{ см}$. На ободах колес расположены точки A, B и C .

Закон движения или закон изменения скорости ведущего звена механизма $v_5 = 2(t^2 - 3) \text{ см/с}$. Положительное направление для φ и ω против хода часовой стрелки, для s_4, s_5, v_4, v_5 - вниз.

Определить в момент времени $t_1 = 2 \text{ с}$ скорости v_A, v_C и ускорения ε_3, a_B, a_4 соответствующих точек или тел.



Дано:

$r_1 = 2 \text{ см}$, $R_1 = 4 \text{ см}$, $r_2 = 6 \text{ см}$, $R_2 = 8 \text{ см}$, $r_3 = 12 \text{ см}$, $R_3 = 16 \text{ см}$, $v_5 = 2(t^2 - 3) \text{ см/с}$,
 $t_1 = 2 \text{ с}$.

Определить:

Скорости v_A, v_C и ускорения ε_3, a_B, a_4 .

Решение.

1. Определяем v_C . Поскольку точка C расположена на внутреннем ободе колеса 2, ее скорость

$$v_C = v_5 = 2(t^2 - 3)$$

Для момента времени $t_1 = 2 \text{ с}$ скорость равна

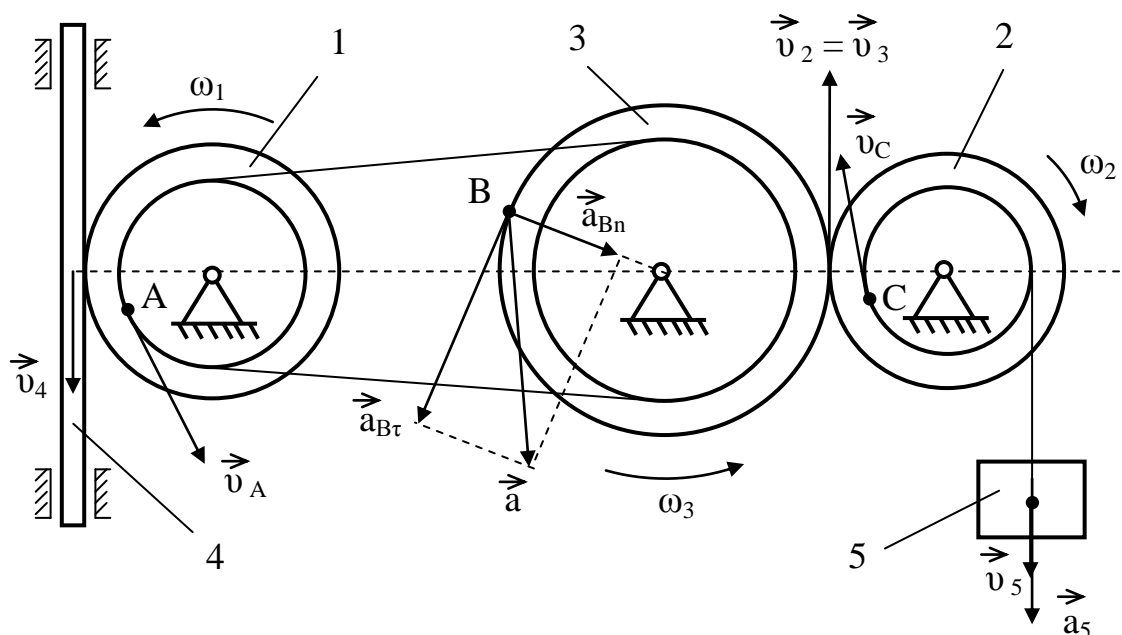
$$v_C = 2(2^2 - 3) = 2 \text{ см/с}$$

2. Определяем ω_3 . Так как колеса 2 и 3 находятся в зацеплении внешними ободами, то $v_2 = v_3$, или

$$\omega_2 R_2 = \omega_3 R_3$$

Выражаем угловую скорость

$$\omega_3 = \omega_2 \frac{R_2}{R_3} = \frac{v_5}{r_2} \frac{R_2}{R_3} = \frac{2(t^2 - 3)}{r_2} \frac{R_2}{R_3}$$



Определяем угловое ускорение 3-го колеса ε_3 .

$$\varepsilon_3 = \dot{\omega}_3 = \left(\frac{2(t^2 - 3)}{r_2} \frac{R_2}{R_3} \right)' = \frac{4t}{r_2} \frac{R_2}{R_3}$$

Для момента времени $t_1 = 2$ с угловое ускорение равно

$$\varepsilon_3 = \frac{4 \cdot 2}{6} \cdot \frac{8}{16} = 0.67 \text{ с}^{-2}.$$

3. Определяем a_B .

Для точки B ускорение $\vec{a}_B = \vec{a}_{B\tau} + \vec{a}_{Bn}$, где численно тангенциальное ускорение $a_{B\tau} = \varepsilon_3 R_3$, нормальное ускорение $a_{Bn} = \omega_3^2 R_3$.

Для момента времени $t_1 = 2$ с угловая скорость ω_3 равна

$$\omega_3 = \frac{2(t_1^2 - 3)}{r_2} \frac{R_2}{R_3} = \frac{2(2^2 - 3)}{6} \cdot \frac{8}{16} = 0.167 \text{ с}^{-1}$$

Тогда

$$a_B = \sqrt{a_{B\tau}^2 + a_{Bn}^2} = \sqrt{\varepsilon_3^2 R_3^2 + \omega_3^4 R_3^2} = R_3 \sqrt{\varepsilon_3^2 + \omega_3^4} = 16 \sqrt{0.67^2 + 0.167^4} = 10.73 \text{ см/с}^2$$

4. Определяем ω_1 . Так как колеса 1 и 3 соединены ременной передачей, то $u_1 = u_3$, или

$$\omega_1 r_1 = \omega_3 r_3$$

Откуда

$$\omega_1 = \omega_3 \frac{r_3}{r_1} = \frac{2(t^2 - 3)}{r_2} \frac{R_2}{R_3} \frac{r_3}{r_1}$$

Следовательно, скорость точки A на внутреннем ободе колеса 1 равна

$$v_A = \omega_1 r_1 = 2(t^2 - 3) \frac{R_2}{R_3} \frac{r_3}{r_2}$$

Для момента времени $t_1 = 2$ с скорость точки A равна

$$v_A = 2 \cdot (2^2 - 3) \cdot \frac{8}{16} \cdot \frac{12}{6} = 2.0 \text{ м/с}$$

5. Так как рейка 4 и колесо 1 находятся в зацеплении, то $v_4 = v_1$.

Откуда

$$v_4 = \omega_1 R_1 = \frac{2(t^2 - 3)}{r_2} \frac{R_2}{R_3} \frac{r_3}{r_1} R_1$$

Ускорение рейки

$$a_4 = \dot{v}_4 = \left(\frac{2(t^2 - 3)}{r_2} \frac{R_2}{R_3} \frac{r_3}{r_1} R_1 \right)' = \frac{4t}{r_2} \frac{R_2}{R_3} \frac{r_3}{r_1} R_1$$

Для момента времени $t_1 = 2$ с ускорение рейки равно

$$a_4 = \frac{4 \cdot 2}{6} \cdot \frac{8}{16} \cdot \frac{12}{2} \cdot 4 = 16.0 \text{ м/с}$$

Ответ: $a_4 = 16.0 \text{ см/с}$, $\varepsilon_3 = 0.67 \text{ с}^{-2}$, $a_B = 10.73 \text{ см/с}^2$, $v_A = 2.0 \text{ м/с}$, $v_C = 2 \text{ см/с}$.