

Задание

По исходным данным произведите аналитическое выравнивание ряда динамики методом наименьших квадратов и получите уравнение тренда. Найдите показатели вариации фактических уровней вокруг тренда. Вычислите средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний темп роста и темп прироста. Оцените степень сезонных колебаний уровней ряда используя индексы сезонности. Ряд динамики и тренд изобразите на графике. Осуществите точечный прогноз уровней на перспективу. По результатам расчетов сделайте выводы.

Трудоемкость, человеко - часов на 1 ц

Месяцы	Годы		
	1	2	3
1	8.91	9.03	9.28
2	12.29	10.15	11.35
3	10.31	11.74	11.59
4	12.41	12.56	12.73
5	11.55	11.48	11.93
6	10.95	11.00	10.89
7	10.98	10.29	10.58
8	10.94	11.05	10.83
9	10.00	9.91	10.14
10	9.81	8.79	8.56
11	8.09	7.54	7.32
12	10.52	9.84	9.01

Решение.

Произведем аналитическое выравнивание ряда динамики, представив основную тенденцию развития уравнением прямолинейной функции

$$y_t = a_0 + a_1 t, \text{ где}$$

a_0 и a_1 - параметры уравнения, t - обозначение времени.

Для определения параметров уравнения используем способ отсчета времени от условного начала. Он основан на обозначении в ряду динамики показаний времени таким образом, чтобы

$$\sum t=0.$$

Это упрощает расчет параметров уравнения. Тогда, с учетом требований метода наименьших квадратов, можем записать

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}, \quad a_1 = \frac{\sum t \cdot y}{\sum t^2}, \text{ где}$$

n - количество элементов ряда.

Вычислим значения указанных сумм. Результаты промежуточных расчетов приведены в таблице.

№	t	y	t · y	t ²	y _t	(y - y _t) ²
1	-35	8.91	-311.9	1225	10.91	3.99
2	-33	12.29	-405.6	1089	10.88	1.99
3	-31	10.31	-319.6	961	10.85	0.29
4	-29	12.41	-359.9	841	10.82	2.53
5	-27	11.55	-311.9	729	10.79	0.57
6	-25	10.95	-273.8	625	10.76	0.06
7	-23	10.98	-252.5	529	10.73	0.06
8	-21	10.94	-229.7	441	10.70	0.05
9	-19	10.00	-190	361	10.68	0.46
10	-17	9.81	-166.8	289	10.65	0.7
11	-15	8.09	-121.4	225	10.62	6.39
12	-13	10.52	-136.8	169	10.59	0.01
13	-11	9.03	-99.3	121	10.56	2.34
14	-9	10.15	-91.4	81	10.53	0.14
15	-7	11.74	-82.2	49	10.50	1.54
16	-5	12.56	-62.8	25	10.47	4.36
17	-3	11.48	-34.4	9	10.44	1.08
18	-1	11.00	-11	1	10.41	0.34
19	1	10.29	10.3	1	10.38	0.01
20	3	11.05	33.2	9	10.35	0.48
21	5	9.91	49.6	25	10.33	0.17
22	7	8.79	61.5	49	10.30	2.27
23	9	7.54	67.9	81	10.27	7.44
24	11	9.84	108.2	121	10.24	0.16
25	13	9.28	120.6	169	10.21	0.86
26	15	11.35	170.3	225	10.18	1.37
27	17	11.59	197	289	10.15	2.07
28	19	12.73	241.9	361	10.12	6.8
29	21	11.93	255.5	441	10.09	3.37
30	23	10.89	250.5	529	10.06	0.68
31	25	10.58	264.5	625	10.03	0.3
32	27	10.83	292.4	729	10.01	0.68
33	29	10.14	294.1	841	9.98	0.03
34	31	8.56	265.4	961	9.95	1.93
35	33	7.32	241.6	1089	9.92	6.75
36	35	9.01	315.4	1225	9.89	0.77
Сумма:	0	374.35	-226.13	15540		63.02

Используя результаты вычислений, приведенные в таблице, находим

$$a_0 = \frac{374.35}{36} = 10.4, \quad a_1 = \frac{-226.13}{15540} = -0.015,$$

И уравнение тренда примет вид $y_t = 10.4 - 0.015 t$.

Параметр a_1 является коэффициентом регрессии, определяющим направление развития. Поскольку $a_1 = -0.015 < 0$, происходит постепенное снижение трудоемкости.

Используя уравнение тренда, вычислим теоретические значения трудоемкости и квадрат разности между фактическими и теоретическими значениями. Результаты вычислений занесем в таблицу.

Находим показатели вариации фактических уровней вокруг тренда.
Мера колеблемости уровней динамического ряда

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum (y - y_t)^2}{n} = \frac{63.02}{36} = 1.75.$$

Коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma_t \cdot 100\%}{\bar{y}} = \frac{\sqrt{1.75} \cdot 100 \cdot 36}{374.35} = 12.7\%.$$

Величина коэффициента вариации $10 < v < 15 \%$, что говорит о среднем колебании фактических уровней ряда вокруг тренда.

Вычисляем средний уровень ряда

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{374.35}{36} = 10.4 \text{ чел. - час на 1 ц.}$$

Средний абсолютный прирост

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{9.01 - 8.91}{35} = 0.0029 \text{ чел.- час на 1 ц.}$$

Средний темп роста трудоемкости

$$\overline{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[35]{\frac{9.01}{8.91}} = 1.0003, \text{ или } 100.03 \%$$

Средний темп прироста

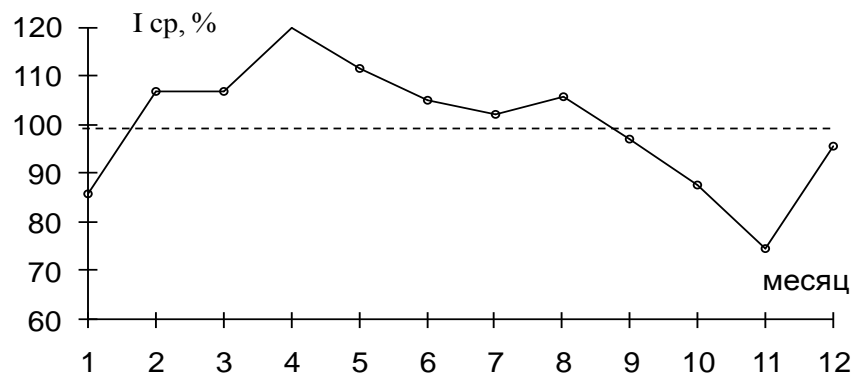
$$\overline{T}_n = \overline{T}_p - 1 = 0.0003, \text{ или } 0.03 \% .$$

Средние показатели свидетельствуют о стабильном значении трудоемкости в течение 3 лет.

Для расчета индексов сезонности составим таблицу.

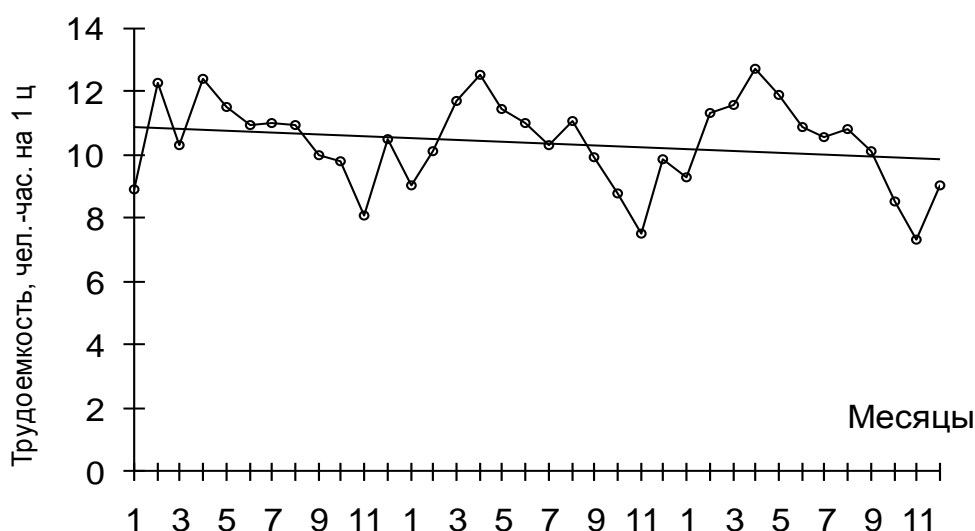
Месяц	Индивидуальные индексы сезонности $y / y_t, \%$			Средние индексы сезонности, $I_{cp}, \%$
	1	2	3	
1	81.7	85.5	90.9	86
2	112.9	96.4	111.5	106.9
3	95	111.8	114.2	107
4	114.7	119.9	125.7	120.1
5	107	109.9	118.2	111.7
6	101.7	105.6	108.2	105.2
7	102.3	99.1	105.4	102.3
8	102.2	106.7	108.2	105.7
9	93.7	96	101.6	97.1
10	92.1	85.4	86.1	87.9
11	76.2	73.4	73.8	74.5
12	99.4	96.1	91.1	95.5

Для большей наглядности сезонных колебаний средние индексы изобразим на графике.



Из графика видно, что в первом - третьем квартале (весенне - летний сезон) наблюдается устойчивое увеличение трудоемкости, а в четвертом квартале - снижение трудоемкости. Причем сезонные колебания значительны по абсолютной величине - достигают 20 - 25% .

На следующем графике изображен ряд динамики и тренд.



Используя уравнение тренда, можно осуществить точечный прогноз трудоемкости на перспективу. В таблице приведен расчет теоретических уровней ряда на четвертый год.

Месяц	t	y _t
1	37	9.86
2	39	9.83
3	41	9.80
4	43	9.77
5	45	9.74
6	47	9.71
7	49	9.69
8	51	9.66
9	53	9.63
10	55	9.60
11	57	9.57
12	59	9.54

Из таблицы видно продолжающееся снижение трудоемкости на 4-й год.